

Μαθηματικά & Λογική, εισήγηση: Βάσω Βασιλειάδου, Μαθηματικός, Μπτ.
Παιδαγωγικής ΑΣΠΑΙΤΕ

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΙ

ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ

Ο Πυθαγόρας, γιος του Μνήσαρχου και της Πυθαΐδας, γεννήθηκε στη Σάμο. Η γέννηση του πιθανολογείται ανάμεσα στο (592 και το 572 π.Χ.). Σημαντικός αριθμός ιστορικών ισχυρίζεται ως σίγουρη χρονολογία γέννησης του Πυθαγόρα το (585 π.Χ.). Ήταν γιός του Μνήσαρχου και της Πυθαΐδας. Γεννήθηκε στη Σάμο και πέθανε περίπου το 490 π.Χ. στον Κρότωνα της Κ. Ιταλίας.

Το όνομα Πυθαγόρας, του το έδωσαν οι γονείς του προς τιμήν της Πυθίας που προφήτευσε την γέννηση του. Ο Πυθαγόρας, υπήρξε σημαντικός Έλληνας φιλόσοφος, μαθηματικός, γεωμέτρης, θεωρητικός της μουσικής, ηγέτης αρχαίου θρησκευτικού και πολιτικού κινήματος και ιδρυτής της πυθαγόρειας σχολής. Είναι ο κατεξοχήν θεμελιωτής των ελληνικών μαθηματικών και δημιούργησε ένα άρτιο σύστημα για την επιστήμη των ουρανίων σωμάτων, που κατοχύρωσε με όλες τις σχετικές αριθμητικές και γεωμετρικές αποδείξεις. Ο Πυθαγόρας είναι ο πρώτος που ονόμασε τον εαυτό του "φιλόσοφο" και ο πρώτος που ανακάλυψε τα μουσικά διαστήματα από μία χορδή. Σύμφωνα με την παράδοση ο Πυθαγόρας πραγματοποίησε πολλά ταξίδια στην Αίγυπτο, όπου έζησε για 22 ολόκληρα χρόνια. Εκεί έμαθε την Αιγυπτιακή γλώσσα και μελέτησε τα Ιερά Βιβλία των Αιγυπτίων. Όταν όμως ο βασιλιάς Καμβύσης την κατέλαβε, εξόρισε τον Πυθαγόρα στην Περσία, και πιο συγκεκριμένα στη Βαβυλώνα.

Εκεί συναναστράφηκε με Πέρσες μάγους, με αποτέλεσμα να εμπλουτίσει τις γνώσεις του με τις μαθηματικές και αστρονομικές δοξασίες των Ασσυρο-Βαβυλωνίων.

Ύστερα από δώδεκα χρόνια ελευθερώνεται και πηγαίνει στην Ινδία, όπου μυείται στα τελετουργικά των Βραχμάνων. Μάλιστα είναι και ο πρώτος μη Βραχμάνος που γίνεται αποδεκτός. Έτσι παίρνει το όνομα «Γιαβαντσάρια» ή «Γιουναντσάρια», που σημαίνει Ίωνας δάσκαλος.

Αργότερα αποφασίζει να επιστρέψει στην Ελλάδα. Αρχικά επισκέπτεται τη Λέσβο, όπου υπήρξε μαθητής του Φερεκύδη και έπειτα τη Μίλητο, όπου γίνεται μαθητής του Αναξίμανδρου και του Θαλή.

Τέλος επιστρέφει στα πάτρια εδάφη, δηλαδή στη Σάμο, σε ηλικία 56 ετών με σκοπό να δημιουργήσει μία Φιλοσοφική Σχολή. Η Σάμος όμως εκείνη την εποχή βρισκόταν υπό την εξουσία του τυράννου Πολυκράτη, του οποίου ο Πυθαγόρας ήταν αντίπαλος. Ο λόγος για τον οποίο συνέβη αυτό δεν είναι απολύτως ξεκάθαρος. Υπάρχει από τη μία η άποψη που υποστηρίζει πως ο Πολυκράτης ένιωθε αντιπάθεια για τους περιπλανώμενους φιλοσόφους και για αυτό το λόγο δεν επέτρεψε στον Πυθαγόρα να δημιουργήσει τη Σχολή του. Από την άλλη όμως υπάρχει η άποψη που υποστηρίζει πως ο Πυθαγόρας ανήκε στην αριστοκρατική τάξη, η οποία εναντιώθηκε στην Τυραννίδα του Πολυκράτη.

Ο Πυθαγόρας λοιπόν, εξαιτίας αυτών των αντιθέσεων αναγκάστηκε να εκπατριστεί. Αρχικά πήγε στη Σικελία, μετά στη Σύβαρη και στον Τάραντα, μέχρι που άκουσε κάποιες θαυμαστές ιστορίες για τον Κρότωνα στην Κ. Ιταλία, για πρωτοποριακές ιδέες, τέχνες, ευτυχισμένους πολίτες, και αποφάσισε πως όλα έδειχναν ότι σε εκείνη την ανθούσα αποικία θα μπορούσε να ιδρύσει τη Σχολή του. Έτσι μετανάστευσε οριστικά στον Κρότωνα, όπου και ίδρυσε τη Σχολή του.

Εκεί έγινε ευπρόσδεκτος και επιβλήθηκε ως επιστημονική αυθεντία (μάλιστα σύμφωνα με μαρτυρίες πολλοί τον θεωρούσαν ως γιο του Απόλλωνα ή του Ερμή). Η Σχολή που ίδρυσε, είχε τη μορφή ηθικοθρησκευτικής, επιστημονικής και πολιτικής κοινότητας («εταιρείας»), τα μέλη της οποίας έπαιξαν σημαντικό ρόλο στα πολιτικά δρώμενα της Ιταλίας. Όμως τα «πιστεύω» των Πυθαγορείων προκάλεσαν τις βίαιες αντιδράσεις των πολιτικών τους αντιπάλων με αποτέλεσμα να φτάσουν στο σημείο άλλους να τους φονεύσουν και άλλους να τους διώξουν.

Όσον αφορά το θάνατο του Πυθαγόρα υπάρχουν δύο απόψεις. Σύμφωνα με την πρώτη σκοτώθηκε σε μια από τις επιδρομές των δημοκρατικών κατά της Σχολής με αρχηγό τον Κόνωνα, και σύμφωνα με τη δεύτερη, ύστερα από όσα συνέβαιναν, αναγκάστηκε να καταφύγει στο Μεταπόντιο, όπου λίγο αργότερα πέθανε.

Ο Πρόκλος (Νεοπλατωνικός φιλόσοφος 410-485 π.Χ.) λέει πως πρώτος ο Πυθαγόρας ανύψωσε την γεωμετρία σε ελεύθερη επιστήμη, γιατί θεώρησε τις αρχές της από πάνω προς κάτω και όχι με βάση τα υλικά αντικείμενα. Ο Απολλώνιος ο λογιστικός, αναφέρει ότι προσέφερε εκατόμβη, όταν βρήκε ότι το τετράγωνο της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων κάθετων πλευρών

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΙ ΦΙΛΟΣΟΦΟΙ

Πιθανολογείται ότι η ίδρυση της πυθαγορείας σχολής έγινε γύρω στο 520 π.Χ. Οι Πυθαγόρειοι φιλόσοφοι είναι μια φιλοσοφική, θρησκευτική και πολιτική σχολή που ιδρύθηκε τον 6ο αιώνα π.Χ από τον Πυθαγόρα στον Κρότωνα της Κάτω Ιταλίας. Η κοινότητα στεγαζόταν σε ένα μεγάλο οίκημα, το Ομακοεΐον, όπου ο Πυθαγόρας

δίδασκε τους μαθητές του. Τη πυθαγόρεια σχολή διέκρινε αυστηρή πειθαρχία και μυστικισμός, γι' αυτό και ήταν πολύ δύσκολο να γίνει κάποιος μέλος. Ο μαθητής έπρεπε να υιοθετήσει έναν εντελώς διαφορετικό τρόπο ζωής, να ασκηθεί στην εγκράτεια, να τηρεί απόλυτη σιωπή για κάποια έτη, να απέχει από συγκεκριμένες τροφές και να κάνει καθαρμούς. Οι μαθητές έπρεπε να κρατούν μυστική τη διδασκαλία και η κοινολόγηση των θεωριών της σχολής μπορούσε να τους κοστίζει τη ζωή, όπως λέγεται ότι συνέβη στον Ίππασο (στον οποίο η παράδοση αποδίδει την ανακάλυψη της έννοιας των ασύμμετρων μεγεθών), που κρίθηκε ένοχος για την αποκάλυψη ενός μαθηματικού μυστικού.

Στη σχολή, όπως αναφέρεται, επικρατούσε η κοινοκτημοσύνη των αγαθών, η αγαμία και σειρά εντολών που αποτελούσαν αληθινή κατήχηση στην πυθαγόρεια ζωή (αποχή από τα όσπρια, το κρέας, τα μάλλινα ενδύματα, συγκομιδή μόνο των καρπών εκείνων που έπεφταν στη γη, κατάρτιση κάθε πρωί του προγράμματος όλης της ημέρας και κάθε βράδυ έλεγχος συνείδησης κλπ.). Εκτός από τις εντολές αυτές, υπήρχε και μια σειρά ερωτημάτων, οι απαντήσεις στα οποία ήταν ειδικές αλήθειες που ονομάζονταν ακούσματα (για παράδειγμα «ποιο πράγμα είναι το σοφότερο;» – «ο αριθμός»).

Είναι παραδεκτό ότι μέσα στη σχολή υπήρχε διάκριση μεταξύ ακουσματικών και μαθηματικών, που φαίνεται διαφορετική από τη διάκριση εξωτερικών, ή κατηχούμενων, και εσωτερικών, ή μνημένων πιθανότατα, η πρώτη μαρτυρεί τη διάκριση, την οποία πραγματοποιούσαν κάποια ορισμένη στιγμή μεταξύ των ανθρώπων της πίστης, που δεσμεύονταν για ό,τι υπήρχε θρησκευτικό, μνητικό στη σχολή, και των ανθρώπων της επιστήμης, που είχαν την τάση να βγουν από τη μυστικιστική σιωπή για να αποδείξουν λογικά τις γνώσεις τους.

Ο Πυθαγόρας είχε πολλούς και πιστούς μαθητές. Κάθε φορά που έμπαιναν στο σπίτι του, τους έλεγε να λένε τα εξής. Που έσφαλα; τι έκανα; τι έπρεπε να κάνω και δεν έκανα; Οι μαθητές του επί πέντε χρόνια παρέμεναν σιωπηλοί και άκουγαν μόνο τις ομιλίες του Πυθαγόρα χωρίς ποτέ να βλέπουν τον ίδιο. Μετά το τέλος αυτής της δοκιμασίας, οι μαθητές του, γίνονταν μέλη του σπιτιού του και είχαν δικαίωμα να τον βλέπουν. Η εισαγωγή των νέων μαθητών στη σχολή του Πυθαγόρα γινόταν μετά από αυστηρή και πολύχρονη άσκηση. Ο υποψήφιος έπρεπε να παραμένει σιωπηλός, να είναι εγκρατής, να έχει ισχυρό χαρακτήρα. Ταυτόχρονα ήταν απαραίτητο να συνδέεται με στενή φιλία με τους άλλους μαθητές. Ο Πυθαγόρας υποστήριζε ότι "φίλος εστίν άλλος εγώ" και "φιλίαν τ' είναι εναρμόνιον ισότητα". Διάφορα ρητά ήταν γραμμένα στις αίθουσες της σχολής, όπως "επί χοϊνικός μη καθίζειν" (να μη φροντίζεις για το μέλλον), "τας λεωφόρους μη βαδίζειν" (να μην παρασύρεσαι από τη γνώμη του πλήθους, αλλά μόνο τη γνώμη των "επαϊόντων" να θεωρείς σεβαστή).

Πριν από το βραδινό τους ύπνο, οι μαθητές έπρεπε να ελέγχουν όσα έγιναν ή δεν έγιναν κατά την ημέρα που πέρασε. Γενικά όμως, η ηθική διδασκαλία των Πυθαγορείων περιέχεται μέσα σε 71 στίχους που είναι γνωστοί ως "Χρυσά Έπη" του Πυθαγόρα.

Στην είσοδο της σχολής οι Πυθαγόρειοι είχαν χαραξει το ρητό: "ΜΗΔΕΙΣ ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΕΙΣΗΤΩ", δηλαδή «δεν μπορεί να εισέλθει και να συμμετάσχει

κανείς στην αδελφότητα, ο οποίος δεν μετρά με γήινα μέτρα όλα τα αντικείμενα». Αυτό με άλλα λόγια σήμαινε, ότι η αδελφότητα πίστευε ότι «το θείο» είναι μέσα στον άνθρωπο και «μετρήσιμο» και όχι στα ουράνια και άπιαστο. Ο Πυθαγόρας, απέτρεψε οριστικά στάσεις και αναρχία όχι μόνο στην εποχή του αλλά και μεταξύ των απογόνων των μαθητών του.

Και για πολλές γενεές διατηρήθηκαν οι διδαχές του. Αυτός έκανε γνωστό το σοφό απόφθεγμα: "με κάθε τρόπο πρέπει να διώχνεται και να καυτηριάζεται με φωτιά, και με σίδηρο και με άλλες επινοήσεις η αρρώστια από το σώμα, η πολυτέλεια από την κοιλιά, η επανάσταση από την πόλη, η διχόνοια από το σπίτι και απ' όλα μαζί η αμετρία". Οι ιδέες του, έκαναν ξεχωριστή εντύπωση, κυρίως στους νέους, και γρήγορα οδηγήθηκε στο δικαστήριο με την κατηγορία της διαφθοράς των νέων και της αθεΐας, όπου όμως τελικά αθωώθηκε. Ο Πυθαγόρας θεωρούσε ύψιστες αρετές τη σωφροσύνη, τη δικαιοσύνη και την ανδρεία.

Κατά τη γνώμη του, η σωφροσύνη αποτελεί το μέτρο αρετής ενός ανθρώπου, η δικαιοσύνη είναι αρετή που υπάρχει σε μια κοινωνία και η ανδρεία είναι η απαραίτητη προϋπόθεση για να αποκτηθούν οι δύο προηγούμενες. Για τον Πυθαγόρα, αυτά δεν ήταν μόνο θεωρία, αλλά ο ίδιος προσπάθησε να τα πραγματώσει στον Κρότωνα. Πίστευε πως κατά την αρχή της δικαιοσύνης τα πράγματα όλα πρέπει να είναι κοινά και ο καθένας να θεωρεί και δικό του και ξένο οτιδήποτε. Αυτό κυρίως εφαρμόστηκε, όπως αναφέρθηκε, στη σχολή του.

Στον Κρότωνα, υπήρξε ένας άνδρας, ο Κύλων που παρότι καταγόταν από αριστοκρατική γενεά και διέθετε πλούτο μεγαλύτερο από των άλλων πολιτών, δεν διέθετε ευγενή χαρακτήρα αλλά ήταν φορτικός, βίαιος και τυραννικός. Χρησιμοποιούσε τον κύκλο των φίλων του και την δύναμη του πλούτου του για να μπορεί να αδικεί και όντας άπληστος είχε την αξίωση να κατέχει οτιδήποτε του φαινόταν καλό. Αυτός λοιπόν, πίστευε πως έπρεπε να γίνει μέτοχος και στην φιλοσοφία του Πυθαγόρα και να γίνει δεκτός μεταξύ των μαθητών. Προσήλθε εις τον Πυθαγόρα αυτοεπαινούμενος και επιθυμώντας να γίνει μαθητής του.

Όμως ο Πυθαγόρας διακρίνοντας από τη φυσιογνωμία του ανδρός και από άλλα σημάδια το ποιόν του, τον διέταξε αμέσως να φύγει και να επιστρέψει στις ασχολίες του. Ο Κύλων το εξέλαβε ως μεγάλη προσβολή και οργίστηκε πολύ. Συγκέντρωσε τους φίλους του, όπου κατηγόρησε τον Πυθαγόρα και μαζί τους άρχισε να προετοιμάζεται για να βλάψει αυτόν και τους μαθητές του. Φαίνεται πως υπήρχαν και πολιτικά αίτια όμως για το μίσος του Κύλωνος διότι ήθελε να μεταβάλλει το πατροπαράδοτο πολίτευμα του Κρότωνος που όριζε ορισμένο αριθμό πολιτών με το δικαίωμα να συμμετέχουν στην εκκλησία του δήμου (οι Χίλιοι).

Διάδοχος του Πυθαγόρα έγινε ο Αρισταίος ο Κροτωνιάτης που κατείχε αρίστως την διδασκαλία. Άλλοι επιφανείς Πυθαγόρειοι ήταν ο Φιλόλαος από το Μεταπόντιο και ο Αρχύτας ο Ταραντίνος. Μέσω του Φιλολάου κάποια συγγράμματα των μεταγενέστερων Πυθαγορείων παρεδόθησαν στον Δίωνα, μαθητή του Πλάτωνος με αποτέλεσμα την γόνιμη συνέχεια του Πυθαγορισμού μέσω της Πλατωνικής Ακαδημίας.

Ο Πυθαγόρας δεν έγραψε κανένα έργο, έτσι το βάρος της διάσωσης της διδασκαλίας του έπεσε στους μαθητές του. Εξαιτίας της μυστικότητας, είναι πολύ λίγες οι πληροφορίες που σώθηκαν . Οπότε οι γνώσεις μας για τους πυθαγόρειους, όπως και για τον ίδιο τον Πυθαγόρα, αντλούνται αποκλειστικά από έργα μεταγενέστερων συγγραφέων, στους οποίους περιλαμβάνονται και οι λεγόμενοι «Νεοπυθαγόρειοι». Αναπόφευκτα λοιπόν, είναι αδύνατον να αποδειχθεί τι πραγματικά ανήκει στη σκέψη του ίδιου του Πυθαγόρα και τι στους μαθητές του.

Ο Πυθαγόρας με τη διδασκαλία του αποσκοπούσε στο να οδηγήσει τον άνθρωπο στην κατανόηση των νόμων της φύσης και στο να βελτιώσει και να αναπτύξει τις ικανότητές του.

Για τον Πυθαγόρα και τους υποστηρικτές του, τους Πυθαγόρειους η ουσία των πραγμάτων βρίσκεται στους αριθμούς και στις μαθηματικές σχέσεις. Όπου οι αριθμοί και οι μαθηματικές σχέσεις είναι οι νόμοι που διέπουν τον φυσικό αλλά και τον πνευματικό μας κόσμο. Γνωστή θεωρείται η Πυθαγόρεια διδασκαλία της "μμήσεως" κατά την οποία τα αισθητά υπάρχουν κατ' απομίμηση ατελή του τέλει νοητού κόσμου. Έτσι εισάγεται στην Ελληνική φιλοσοφία η αντίληψη των δύο κόσμων, "Νοητού και Αισθητού" που επηρέασε στη συνέχεια, την θεωρία για τον κόσμο των Ιδεών του Πλάτωνα.

Η αληθινή πηγή της σοφίας για τους Πυθαγόρειους είναι η Τετρακτύς, δηλαδή οι τέσσερις πρώτοι φυσικοί αριθμοί που θεωρείται ότι συνδέονται μεταξύ τους με διάφορες σχέσεις. Οι αναλογίες αυτές δημιουργούν την αρμονία που για τους Πυθαγόρειους είχε όχι απλώς γενική σημασία, αλλά κυριολεκτικά κοσμική. Η Τετρακτύς (τετράδα) του Πυθαγόρα, σημαίνει το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων αριθμών, δηλαδή ο αριθμός $10 = (1+2+3+4)$.

Οι Πυθαγόρειοι θεωρούσαν ως ρίζα και πηγή κάθε δημιουργίας την τετράδα αυτή των αριθμών και αποτελούσε τον μέγιστο και ιερότερο όρκο τους. Ο Πυθαγόρας απέδιδε στους αριθμούς μεταφυσικές ιδιότητες, λέγοντας ότι αυτοί, οι αριθμοί, διέπουν τις κινήσεις των αστερών και ότι κατέχουν ορισμένη θέση στο Διάστημα. Κάποιοι για παράδειγμα συμβολισμοί αριθμών για τους πυθαγόρειους είναι οι εξής:

Το 1, συμβολίζει το πνεύμα, τη δύναμη εκείνη από την οποία προέρχεται το παν.

Το 2, δείχνει τις δύο μορφές της ύλης - Γη και Νερό.

Το 3, φανερώνει το χρόνο στις τρεις του διαστάσεις - παρόν, παρελθόν, μέλλον κ.ο.κ.

Οι Πυθαγόρειοι εργάστηκαν με σημαντικές αποδόσεις και στη Γεωμετρία. Σύμφωνα με τον Πυθαγόρα, οι αριθμοί δεν είναι απλά σύμβολα ποσοτικών σχέσεων αλλά αποτελούν την ουσία του κόσμου, γι' αυτό και είναι ιεροί. Μία από τις βασικές θεωρίες της σχολής συνίσταται στη βεβαίωση ότι η ουσία των όντων βρίσκεται στους αριθμούς και στις μαθηματικές σχέσεις, απ' όπου και η σημασία

μερικών αριθμών, κυρίως η τετρακτύς της δεκάδος, η παράσταση δηλαδή του αριθμού δέκα με σημεία σε πυραμιδική κατάταξη:

Το 1 είναι η νόηση, το 2 είναι η γνώμη, το 4 ή το 9 (τετράγωνο του πρώτου άρτιου και του πρώτου περιττού) η δικαιοσύνη, το 5 είναι ο γάμος (ένωση του πρώτου άρτιου με τον πρώτο περιττό), και ιδιαίτερα σημαντικό είναι το 10, η μυστική δεκάδα στην οποία ορκίζονταν οι Πυθαγόρειοι και στο οποίο περιλαμβάνονται ο πρώτος αρτιοπέριττος, η μονάδα, ο πρώτος άρτιος, ο πρώτος περιττός και το πρώτο τετράγωνο.

Η αντίθεση άρτιων και περιττών βρίσκεται στη βάση των σειρών των άλλων νέων βασικών αντιθέσεων (άπειρο - πεπερασμένο, πολλαπλάσιο - μονάδα, αρσενικό - θηλυκό κλπ.). Από τη σειρά αυτή των αντιθέσεων γεννιέται έπειτα η αρμονία εκείνη, η οποία είναι το χαρακτηριστικό όλου του κόσμου, αλλά που αποκαλύπτεται ιδιαίτερα στις μουσικές συγχορδίες. Αρμονία θεωρούσαν και την ψυχή, η οποία μέσα από μια σειρά καθάρσεων τείνει προς την ενατένιση της ουράνιας αρμονίας.

Η κατανόηση των κοσμικών φαινομένων ήταν δυνατή με τη αριθμολογία, τη γεωμετρία και τη μουσική. Κατά το Διογένη το Λαέρτιο, ο Πυθαγόρας θεωρούσε ως αρχή όλων των πραγμάτων τη μονάδα. Από τη μονάδα προερχόταν η αόριστη δυάδα με την εκδήλωση της μονάδας και ως ύλης. Από τη μονάδα και την αόριστη δυάδα γίνονταν οι αριθμοί. Από τους αριθμούς τα σημεία.

Από αυτά οι γραμμές, από τις οποίες σχηματίζονται τα επίπεδα, και από αυτά τα στερεά.

Ο Πυθαγόρας χρήζει παγκόσμιας αναγνώρισης. Το όνομα του είναι σήμερα ταυτισμένο με το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Σε ολόκληρο τον κόσμο γνωρίζουν τον μεγάλο αυτόν φιλόσοφο και μαθηματικό από το θεώρημά του και τον τιμούν ιδιαίτερα. Στο Άμστερνταμ, υπάρχει οδός που φέρει το όνομά του. Αγάλματα και μεγάλοι πίνακες ζωγραφικής αναφέρονται στον Πυθαγόρα και τη θεωρία του. Πολλά βιβλία και μελέτες σύγχρονων μαθηματικών έχουν γραφτεί για τη μεγάλη αυτή φυσιογνωμία των μαθηματικών, τον ΠΥΘΑΓΟΡΑ.

Μερικοί από τους Πυθαγόρειους, μετά τη διάλυση της σχολής στον Κρότωνα, όπου βρισκόταν η έδρα της, έφυγαν για την κυρίως Ελλάδα. Στη Θήβα, με τον Φιλόλαο και τους μαθητές του, Σιμμία και Κέβη (συνομιλητές του Σωκράτη στον Πλατωνικό διάλογο Φαίδων), και με τον Λύση, η σχολή γνώρισε νέα ακμή, έως την εποχή του Πλάτωνα (που είχε αρκετά στενές και γόνιμες σχέσεις με τον Πυθαγορισμό), με τον οποίο σταματάει η ιστορία του πρώτου Πυθαγορισμού.

ΔΟΜΗ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΑΣ ΣΧΟΛΗΣ

Η δομή της σχολής δεν αποτελούνταν κατά τα γνωστά από μαθητές και δασκάλους αλλά από τρεις διαφορετικές βαθμίδες. Κατ' αρχάς υπήρχαν οι υποψήφιοι, οι οποίοι περνούσαν από μία σειρά δοκιμασιών ώσπου να γίνουν δεκτοί στη σχολή, ενώ το επόμενο βήμα, με την αποδοχή τους στη σχολή, ήταν η ακρόαση των διδασκαλιών χωρίς να υπάρχει το δικαίωμα οπτικής επαφής με τον διδάσκαλο, οι λεγόμενοι ακουσματικοί ή ακροατές. Σε αντίθεση με τους ακουσματικούς υπήρχαν

και οι εκλεκτοί, οι οποίοι είχαν το δικαίωμα να παρακολουθούν και να συζητούν με τον Πυθαγόρα, τους λεγόμενους Μαθηματικούς ή μαθητευόμενους.

Αυτά τα άτομα ασχολήθηκαν με τα θέματα της «μάθησης», δηλαδή της έρευνας, αναζητώντας περαιτέρω απαντήσεις προς την κατανόηση της αλήθειας. Σαφώς δεν πρέπει να παραλείψουμε ότι στον κύκλο των Πυθαγορείων αναδύεται και η λέξη «φιλόσοφος», δημιούργημα Ελληνικό, το οποίο θα παραμείνει περνώντας μέσα στους αιώνες και στους περισσότερους λαούς ως λέξη Ελληνική και συνήθως αμετάφραστη. Φαίνεται, κατά πολλούς, ότι υπήρχαν τέσσερα μέρη της Πυθαγόρειας διδασκαλίας, τα οποία αναφέρονται από τον Πλάτωνα στη «Πολιτεία» ως το δευτερεύων μέρος του προγράμματος σπουδών.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ- ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ- ΑΡΜΟΝΙΑ(Μουσική) - ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ.

Αυτό είναι το κλασικό quadrivium , η βασική διδασκόμενη γνώση που κάθε μορφωμένο άτομο οφείλει να κατέχει. Κατά την διδασκαλία τους, η αρμονία είναι εκείνη που αποκαθιστά την ενότητα ανάμεσα στα αντιτιθέμενα μέρη και τα συγκροτεί σε κόσμο. Η αρμονία είναι θεία και συνίσταται από αριθμητικούς λόγους. Όποιος επιτυγχάνει να κατανοήσει πλήρως αυτή την αριθμητική αρμονία γίνεται ο ίδιος θείος και αθάνατος. Μουσική, αρμονία και αριθμοί είναι άρρηκτα ενωμένα στην διδασκαλία του Πυθαγόρα.

Ακρογωνιαίος λίθος της φιλοσοφίας των Πυθαγορείων είναι ο αριθμός, αφού σύμφωνα με την κοσμολογία τους «τα πάντα είναι αριθμός». Στηρίζονταν στην υπόθεση ότι οι ακέραιοι αριθμοί είναι η αιτία των διαφόρων ποιοτήτων του ανθρώπου και της ύλης, ότι οι αριθμοί ρυθμίζουν το σύμπαν και ποιοτικά και ποσοτικά. Χαρακτηριστικά αναφέρει ο Αριστοτέλης ότι «ο αριθμός είναι η πρώτη αρχή, τον λαμβάνουν (οι Πυθαγόρειοι) ως ύλη των όντων όσο και ως αυτό που συνιστά τις ιδιότητες του και τις μόνιμες καταστάσεις του. Αυτή η εξύψωση των αριθμών οδήγησε στη βαθιά μελέτη τους.

Βέβαια εκτός από την προαγωγή της επιστήμης των μαθηματικών, η ενασχόληση με τους αριθμούς κατείχε θέση και στη θρησκεία του Πυθαγορισμού. Οι Πυθαγόρειοι, επειδή οι αριθμοί δεν ήταν η πιο κατάλληλη βάση για να στηριχθεί η φιλοσοφία τους στράφηκαν προς τον συμβολισμό, συγχέοντας με αυτόν τον τρόπο τους αριθμούς με πράγματα και έννοιες. Η ιδέα ήταν ότι όλα τα πράγματα μπορούν να αναλυθούν σε αριθμούς και να επικυρωθούν από αυτούς. Την αντίθεση του στην συγκεκριμένη πλευρά της Πυθαγόρειας πίστης εξέφρασε ο Αριστοτέλης ρωτώντας «Πως είναι δυνατόν οι ιδιότητες – λευκό, γλυκό, ζεστό- να είναι αριθμοί;»

Ενώ κάποιος άλλος, όπως παραδείγματος χάριν ο W.K.C Gurthie φαίνεται να υπερασπίζεται τους Πυθαγορείους λέγοντας «Κοιτάζοντας πίσω, φαίνεται λες και ο Αριστοτέλης ήταν εκείνος που οδήγησε την επιστήμη σε λάθος δρόμο. Σήμερα η επιστημονική περιγραφή όλων των πραγμάτων στον φυσικό κόσμο παίρνει την μορφή αριθμητικών εξισώσεων. Αυτό που αντιλαμβανόμαστε ως φυσικές ιδιότητες (χρώμα, θερμότητα, φως, ήχος) εξαφανίζονται και αντικαθίστανται από αριθμούς που εκπροσωπούν μήκη κύματος και μάζες.»

Καταρχάς ο Πυθαγόρας ήταν αυτός που έθεσε τις βάσεις στην επιστήμη της Μουσικής με μία επιστημονικά θεμελιωμένη θεωρία της Μουσικής. Ανακάλυψε την σχέση ανάμεσα στο μήκος των χορδών και το τονικό ύψος (διάστημα) που δίνουν, χρησιμοποιώντας αρχικά ένα έγχορδο όργανο, που το δημιούργησε ο ίδιος το «Μονόχορδον». Το πλεονέκτημα του Πυθαγόρειου υπολογισμού των διαστημάτων είναι το ότι αποτελεί έναν τρόπο που να στηρίζεται σε αριθμητικές πράξεις και όχι στην εμπειρία .

Οι βασικοί φθόγγοι της τότε γνωστής μουσικής κλίμακας συνδεόταν με την τετράκτυν και οι λόγοι των συχνοτήτων που δόθηκαν για τους συγκεκριμένους αυτούς φθόγγους ήταν λόγοι μεταξύ των αριθμών 1, 2, 3, 4. Οι λόγοι, που βρέθηκαν, υπήρξαν αποτέλεσμα εμπειρικών παρατηρήσεων πάνω σε μήκη παλλόμενων χορδών ή πάνω στα βάρη συγκεκριμένων συμπαγών μεταλλικών αντικειμένων που χρησιμοποιούνταν για σφυριά από τους μεταλλουργούς της αρχαιότητας, σύμφωνα με την παράδοση. Μέχρι τον 16ο αιώνα ο Πυθαγόρειος υπολογισμός των διαστημάτων υπήρξε ο πυρήνας της τεχνικής χορδίσματος των οργάνων.

Μία Πυθαγόρεια ιδέα, που σχετίζεται με τη μουσική, είναι γνωστή ως η «Αρμονία των Σφαιρών» ή εναλλακτικά η «Μουσική των Σφαιρών». Αυτή η θεωρία διασώζεται από τον Αριστοτέλη στο έργο του «Περί Ουρανού» και αναφέρεται στο σύνολο των ήχων, που παράγονται από την περιστροφή των πλανητών αλλά δεν γίνονται αντιληπτοί από τους ανθρώπους διότι συνεχίζονται αδιάκοπα και αδιατάραχτα. Επίσης το σύνολο των ήχων μεταβάλλεται ανάλογα με την απόσταση των πλανητών από τη γη και την ταχύτητα της κίνησης τους.

Η απόσταση ανάμεσα στα αστρικά σώματα ήταν πολύ σημαντική, επειδή το καθένα ήταν τοποθετημένο σε συμφωνία με μία αριθμητική αναλογία που αντιστοιχούσε επακριβώς στα ποσοστά της μουσικής κλίμακας. Έτσι οι ήχοι, που κάνουν τα αστέρια ταιριάζουν μεταξύ τους, δηλαδή καταλήγουν σε αρμονία.

Έχοντας παρατηρήσει την σημασία της τάξης και της αρμονίας για τους Πυθαγορείους είναι πολύ σημαντικό να αναφέρουμε ότι πρώτος ο Πυθαγόρας χρησιμοποίησε τη λέξη «κόσμος», αναφερόμενος στο σύμπαν, δηλαδή τάξη και αρμονία, αφού πίστευε πως το σύμπαν προήλθε από το χάος και απέκτησε μορφή με το μέτρο και την αρμονία. Ο Πυθαγόρας βέβαια δεν παρέμεινε μόνο στη μουσική και κοσμική αρμονία αλλά ασχολήθηκε και με θέματα αστρονομίας.

Πιθανολογείται πως ήταν ο πρώτος που θεώρησε ότι η γη είναι στρογγυλή και ακόμα ότι περιφέρεται γύρω από το «κεντρικό πυρ». Στη συνέχεια οι Πυθαγόρειοι ανέπτυξαν αυτή τη θεωρία λέγοντας πως γύρω από το κεντρικό πυρ δεν περιστρεφόταν μόνο η γη αλλά και άλλες σφαίρες, μία με όλους τους απλανείς αστέρες, μία με τον Ήλιο και τη σελήνη και μία με τους γνωστούς πλανήτες (Άρης, Ζεύς, Κρόνος, Ερμής, Αφροδίτη). Για να συμπληρωθεί ο ιερός αριθμός 10 παραδέχτηκαν ότι υπάρχει και ένα ακόμη ουράνιο σώμα με κυκλική κίνηση γύρω από το κοινό κέντρο, η «Αντίθων».

Δικαιολόγησαν το γεγονός ότι το δέκατο ουράνιο σώμα δεν ήταν ορατό από τη Γη, διότι κατά την περιστροφή του βρισκόταν πάντα ακριβώς απέναντι από τη γη και έτσι βρισκόταν πάντα το κεντρικό πυρ ανάμεσα τους. Η ταχύτατη κίνηση όλων των ουράνιων σφαιρών δημιουργεί ήχους και οι τελευταίοι την αρμονία. Αρμονία επίσης για το σώμα είναι η ψυχή, η οποία διατηρεί κάποια συμμετρία ανάμεσα στο υλικό και το πνευματικό στοιχείο του ανθρώπου. Η ψυχή έχει τις ιδιότητες της ταυτότητας, της ετερότητας, της στάσης και της κίνησης (τετρακτύς).

Εξετάζοντας, με τη μέθοδο της αναπαράστασης των αριθμών με ψηφίδες, από την αρχή τους αριθμούς εξάγουμε σημαντικά συμπεράσματα για την τελειότητα της τετράκτυς.

Μετά το θάνατο του Πυθαγόρα διακόπηκε η άμεση σχέση μαθητών και δασκάλου, διατηρήθηκε όμως και συνεχίστηκε η πνευματική εργασία του δασκάλου. Η Πυθαγόρεια σχολή αρχικά είχε θρησκευτικό, πολιτικό και επιστημονικό χαρακτήρα. Είναι φανερό όμως ότι πίστευαν και αυτοί στη θεωρία της μετενσάρκωσης όπως οι Ορφικοί. Ο Διογένης ο Λαέρτιος μας λει για το Πυθαγόρα ότι αυτός πρώτος ισχυρίστηκε ότι η ψυχή, περνώντας από τους κύκλους της ανάγκης, ζούσε αρκετές φορές σε διαφορετικά ζωντανά πλάσματα.